

पर्यायी शैक्षणिक योजना 2021-22

इ. 10 वी

सप्टेंबर महिन्यासाठी

विषय: गणित

दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांची जोडी आणि वर्तुळ
या प्रकरणासाठी हाती घेण्यात आलेल्या सुचनात्मक कृती योजना

अ. सं	महिना / आठवडा	मुख्य अध्ययन सामर्थ्ये	अध्ययन कृती	मौल्यमापन
1	सप्टेंबर महिन्यातील पहिला आठवडा (3 तास)	समीकरण, एक चलपद असलेले रेषीय समीकरण, दोन चलपदे असलेली रेषीय समीकरणे यांची व्याख्या	विद्यार्थी समीकरण आणि एक चलपद असलेले रेषीय समीकरण या विषयी पूर्वज्ञान माहिती करून घेतात. दोन चलपदे असलेली रेषीय समीकरणाची माहिती शिकविल्यानंतर एका चलपदाचे रेषीय समीकरणे आणि दोन चलपदांचे समीकरणे यामधील फरक समजून घेतात	कृती 1 असलेली पाने देणे
2		एक चलपद असलेले रेषीय समीकरणे, दोन चलपदे असलेली रेषीय समीकरणे, आलेखाच्या सहाय्याने सोडविणे. (दर्शविणे)	एक चलपद असलेल्या रेषीय समीकरणांचे उकल संख्यारेषेवर आणि दोन चलपदे असलेल्या रेषीय समीकरणांचे उकल संख्यारेषेवर दोन लंब प्रमाणात जोडणारी समीकरणांचे विश्लेषण करून शिकविणे	कृती 1 असलेली पाने वितरीत करणे
3		दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांच्या जोडीचे व्याख्यान आणि गुणोत्तरात तुलना करून समजून घेवून मांडणे	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांच्या जोडीचे व्याख्यान आणि गुणोत्तरात तुलना करून शोधून त्यांचा अभ्यास करणे. https://www.youtube.com/watch?v=nRGJruWqXwU	कृती 3 असलेल्या पानांचे वितरण करणे. गणिताच्या भाग 1 मधील पृष्ठसंख्या व मधील I II आणि III लेखी उदाहरणे सोडविण्यास मदत करणे.
4	सप्टेंबरचा दुसरा आठवडा (2 तास)	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांच्या जोड्यांचे आलेखाच्या सहाय्याने उकल शोधणे	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांच्या जोडींचे आलेखाच्या सहाय्याने सोडविण्याची माहिती आणि विविध पायऱ्या समजावून देणे, विधान स्वरूपात दिलेली समीकरणांचे उकल शोधण्याची सवय करून देणे. https://www.youtube.com/watch?v=j88VLDQKgl	कृती 4 ची पाने वितरीत करणे. गणित भाग 1 मधील अभ्यास पृष्ठक्रमांक मधील 1(a) मधील उदाहरणांचे उकल काढणे.
5		दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांच्या जोड्यांचा लेखी उदाहरणांचे उकल शोधणे.	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांच्या जोडींचे उकल शोधण्याची माहिती आणि विविध पध्दतीतील पायऱ्या समजावून देणे लेखी उदाहरणे सोडविण्याचे आणि अकले शोधण्याची पध्दत समजावून देणे. (सवय करणे)	कृती 5 ची पाने वितरीत करणे. गणित भाग 1 मधील अभ्यास पृष्ठक्रमांक मधील 1(b) मधील उदाहरणांचे उकल काढणे.

6	सप्टेंबरचा तिसरा आठवडा (3 तास)	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणाच्या जोडीचे उकल लोप पध्दतीने काढणे	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणाच्या जोडीचे उकल शोधण्याची सोप्या लोप पध्दतीने माहिती करून देणे तसेच पध्दतीच्या पायऱ्या समजावून देणे. दिलेल्या विधानाचे उकल शोधण्याच्या पध्दती समजावून देणे. https://www.youtube.com/watch?v=ivITc6JOhUc https://www.youtube.com/watch?v=dbf5idTsa8	कृती 6 ची पाने वितरीत करणे. गणित भाग 1 मधील अभ्यास पृष्ठक्रमांक मधील 1(c) मधील उदाहरणे सोडविण्यास सांगणे.
7		दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणाच्या जोडीचे उकल तिरकस गुणाकार पध्दतीने काढण्याची माहिती करून देणे पध्दतीच्या पायऱ्या समजावून देणे. विधानाचे सोडवून उकल शोधण्याच्या पध्दतीची सवय लावले.	दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणाच्या जोडीचे उकल तिर्यक/तिरकस गुणाकार पध्दतीने काढण्याची माहिती करून देणे पध्दतीच्या पायऱ्या समजावून देणे. विधानाचे सोडवून उकल शोधण्याच्या पध्दतीची सवय लावले.	कृती 7 ची पाने वितरीत करणे. गणित भाग 1 मधील अभ्यास पृष्ठक्रमांक मधील 1(d) मधील उदाहरणे सोडविण्यास देणे.
8		दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणाच्या जोडीचे संक्षिप्त माहिती	रेषीय समीकरण नसलेल्या सूचनेप्रमाणे मांडून नंतर आलेख पध्दतीने किंवा एका बीजगणितातील पध्दतीने समीकरणे सोडवून उकल शोधण्याच्या माहितीची सवय लावले. https://www.youtube.com/watch?v=KpOKu5KWY	कृती 8 ची पृष्ठे वितरीत करणे.
9	सप्टेंबरचा चौथा आठवडा (4 तास)	वर्तुळ आणि सरळ रेषा	वर्तुळाची व्याख्या आणि एक सरळ रेषा यामधील संबंध समजावून देणे	कृती 9 ची पृष्ठे वितरीत करणे.
10		वर्तुळावरील प्रमेय 1 (स्पर्शिकेवर आधारित प्रमेय)	वर्तुळावरील कोणत्याही एका बिंदूतून स्पर्शिका काढणे. स्पर्शबिंदूतून काढलेली त्रिज्या लंब असते. हे प्रमेयाच्या अधारे समजावून सवय करून देणे. https://www.youtube.com/watch?v=IYWfUrtDJBO OR https://www.youtube.com/watch?v=Lz6i_We p5WM	कृती 10 ची पृष्ठे वितरीत करणे. गणित भाग I मधील स्वाध्याय पृ.सं. स्पर्शिकेवर आधारित प्रमेयावर अभ्यास सोडविण्यास देणे.
11		वर्तुळावरील प्रमेय 2 (बाह्यबिंदूवरील प्रमेय)	वर्तुळाला बाह्यबिंदूतून काढलेल्या स्पर्शिकेची लांबी समान असते. हे प्रमेयाद्वारे समजावून सवय करून देणे.	कृती 11 ची पृष्ठे वितरीत करणे. गणित भाग I मधील स्वाध्याय पृ.सं. बाह्यबिंदू वरील प्रमेयावर आधारित उदाहरणे सोडविण्यास देणे.
12		वर्तुळावरील प्रमेया संबंधीत समस्या	वर्तुळावरील प्रमेया संबंधीत समस्यावरील अभ्यास सोडविण्यास देणे.	कृती 12 ची पृष्ठे वितरीत करणे

समीकरण :- समानता चिन्ह व चलपद असणाऱ्या गणिती विधानाला समीकरण म्हणतात.

उदा:- $2+3=5$ येथे समानता चिन्हाच्या ठिकाणी कोणतेही दुसरे चिन्ह घेतले तर वाक्य अर्थपूर्ण होत नाही.

एक चलपद असणारे रेषीय समीकरण :- $ax+b=0$ या स्वरूपातील समीकरणाला एक चलपद असलेली रेषीय समीकरणे असे म्हणतात. येथे a आणि b हे स्थिरांक आणि x या चलपदाची कोटी 1 आहे. याला फक्त एकच उकल असते.

उदा:- $5x+10=0$ या समीकरणामध्ये ' x ' ची किंमत -2 होते.

$6y-15=0$ या समीकरणामधील ' y ' ची किंमत शोधा. $6y-15=0 \rightarrow 6y=15 \rightarrow y=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$	$2y+8=0$ या समीकरणामधील ' y ' ची किंमत शोधा.
$5t-50=0$ या समीकरणामधील ' t ' ची किंमत शोधा.	$3t+19=0$ या समीकरणामधील ' t ' ची किंमत शोधा.

दोन चलपद असणारे रेषीय समीकरण :- $ax+by+c=0$ या स्वरूपातील समीकरणाला दोन चलपदांचे रेषीय समीकरण म्हणतात. येथे a, b, c हे स्थिरांक असून x आणि y या चलपदांची कोटी 1 असून अनेक उकले असू शकतात.

उदा:- $x+y-5=0$ या समीकरणामध्ये $x=2, y=3$ या किंमती मिळतात.

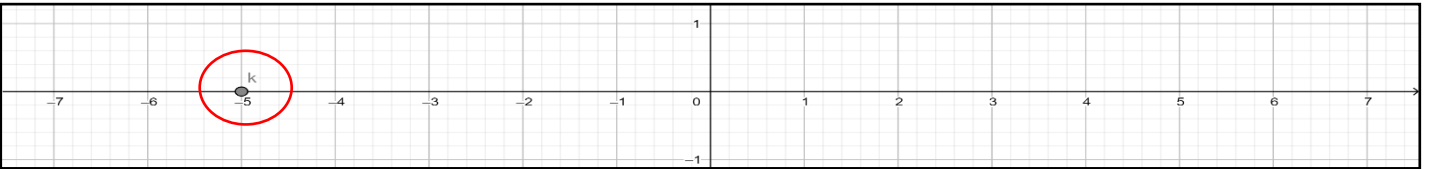
$2x+y=7$ या समीकरणातील x आणि y ची एक किंमत शोधा. येथे $x=0$ आणि $y=7$ मिळेल	$x=4y$ या समीकरणातील x आणि y ची एक किंमत शोधा.
--	--

दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणाची जोडी

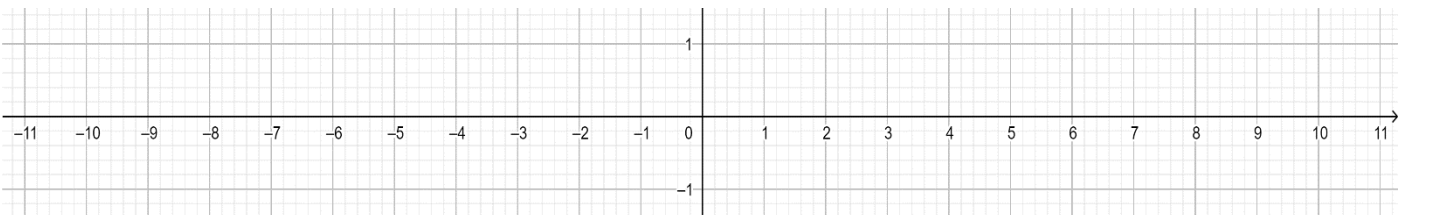
एका चलपदाची रेषीय समीकरणे आलेखाच्या सहाय्याने दर्शविणे:

एका चलपदाची रेषीय समीकरणे आलेखाच्या सहाय्याने दर्शविताना ती दिलेल्या संख्यारेषेवर किंमत दर्शविल्याप्रमाणे असते.

उदा: $2k+10=0$, असेल तर आलेखाने खालील स्वरूपात दर्शवितात.



$6y-18$, असेल तर, या समीकरणातील ' y ' ची किंमत आलेखाने दर्शवा.

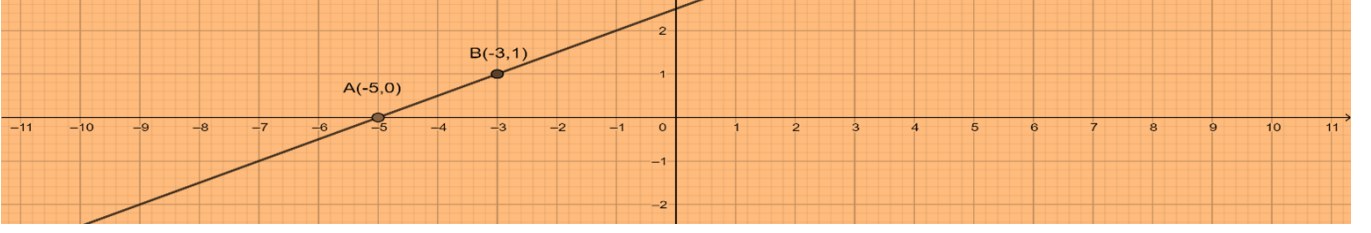


दोन चलपदाची रेषीय समीकरणे आलेखाच्या सहाय्याने दर्शविणे:

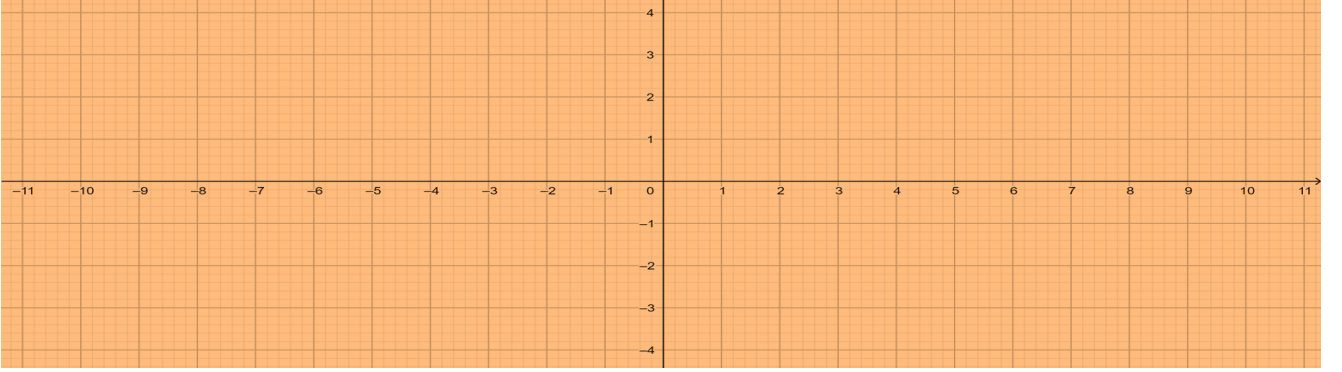
दोन चलपदाची रेषीय समीकरणे आलेखाने दर्शविताना ती सरळ रेषेप्रमाणे असतात. ते उभ्या किंवा आडव्या सरळ रेषेमध्ये असतात.

उदा: $x-2y=5$, हे समीकरण आलेखाच्या स्वरूपात खालीलप्रमाणे दर्शविले आहे.

कृती 3: जर $y=0$ तर $x=5$, $y=1$ तर $x=3$



$2x+y=6$, हे समीकरण आलेखाने दर्शवा.

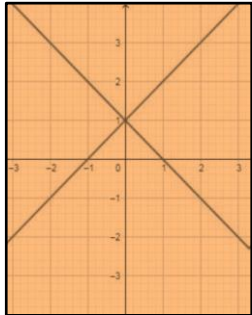
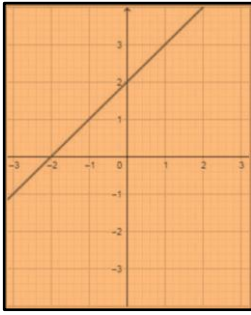
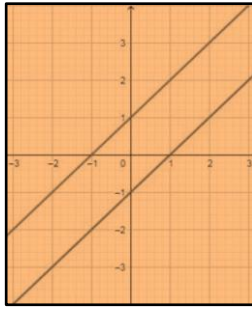


दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांची जोडी:-

$a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या स्वरूपातील समीकरणांना दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांची जोडी म्हणतात. येथे $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ या वास्तवसंख्या आहेत. $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$, $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$

उदा: $10x+4y=3$ आणि $-x+5y=2$ ही दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांची जोडी आहे.

दोन चलपदांच्या रेषीय समीकरणांची जोडीचे गुणोत्तर:

तुलना	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
उकलांची संख्या	फक्त एकमेव अद्वितीय उकल असते	अनेक उकले येतात	उकले नाहीत.
समीकरणाचे स्वरूप	स्थिर आणि स्वतंत्र	स्थिर आणि अवलंबून	अस्थिर
आलेखाचे स्वरूप	छेदणाऱ्या रेषा	एकरेषीय रेषा	समांतर रेषा
			

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी

तुलना			
उकलांची संख्या			
समीकरणाचे स्वरूप			

दोन चलपदांचे रेखीय समीकरण:-

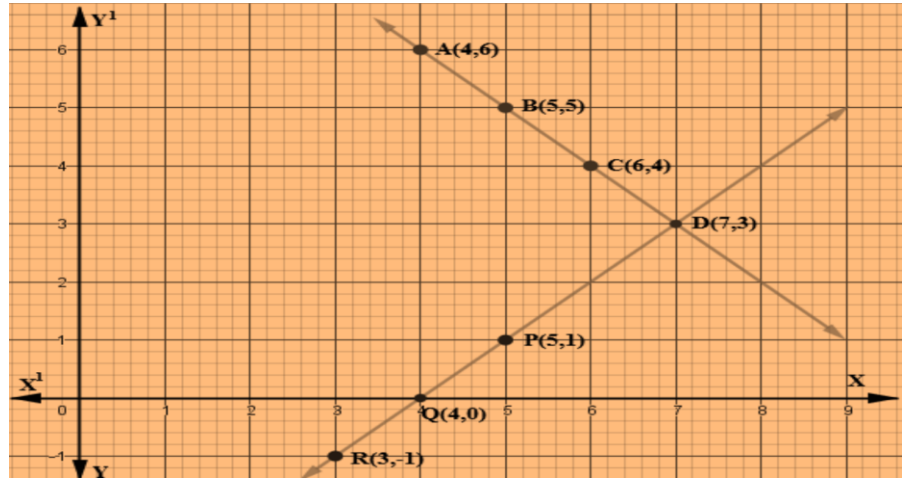
आलेखाच्या सहाय्याने जोडीचे उकल:

रेखीय समीकरणाच्या जोडीचे उकल शोधत असताना, एका चलपदाच्या किंमती घेवून त्यावरून दुसऱ्या चलपदाच्या किंमती शोधता येतात.

खाली दिलेल्या रेखीय समीकरणाच्या जोड्या रचा आणि त्यांचे आलेखाच्या सहाय्याने उकल शोधा.

- 1) इ. 10 वी च्या वर्गातील 10 विद्यार्थ्यांनी प्रश्नमंजुषामध्ये भाग घेतला मुलांच्या संख्येपेक्षा 4 मुलींनी जास्त भाग घेतला असेल तर भाग घेतलेल्या मुलामुलींची संख्या शोधा.

मुलींची 'x' आणि मुलांची संख्या 'y' मानु. $x+y=10$ ----(1) आणि $x-y=4$ ----(2)



x	5	4	6
$y=10-x$	5	6	4

समीकरण (2) वरून

x	5	4	3
$y=x-4$	1	0	-1

त्यामुळे $x=7, y=3$

- 2) 5 पेन्सिल आणि 7 पेनची एकूण किंमत ` 50 आणि 7 पेन्सिल आणि 5 पेनची एकूण किंमत ` 46 आहे तर

एक पेन्सिल व 1 पेनची किंमत काढा.

प्रत्येक पेन्सिलची किंमत 'x' मानु

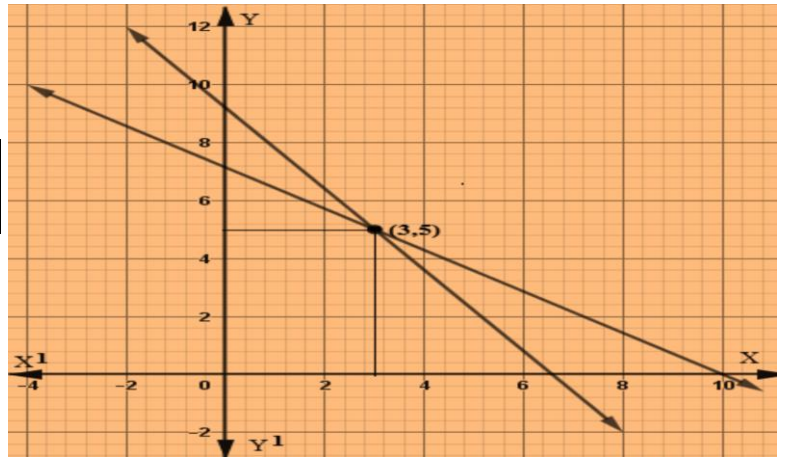
प्रत्येक पेनची किंमत 'y' मानु

x	
y	

x	
y	

$\therefore x=$

$y=$



दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी सोडविण्याची बैजीक पध्दत :

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी सोडविताना, आपण एक चलपद दुसऱ्या चलपदाच्या स्वरूपात व्यक्त केले जाते.

त्याची किंमत वापरून त्यामुळे त्या विधानाला सुचविलेले पर्याय विधान म्हणतात.

उदाहरण: $x+y=14$ आणि $x-y=4$

पायरी 1: आपल्याला उपयुक्त होईल अशा प्रकारे एका चलपदाची किंमत 'x' आणि दुसऱ्या चलपदाची किंमत 'y' मध्ये व्यक्त केली जाते.

$X+y=14$ -(1) आणि $x-y=4$ -(2), समीकरण 1 वरून $y=14-x$

पायरी 2 : 'y' ची किंमत दुसऱ्या समीकरणामध्ये घेवून, ती आपल्याला साध्य असलेल्या एका चलपदाची x मधील समीकरण म्हणून संक्षिप्तरूप देणे.

$Y=14-x$ ही किंमत समी (2) मध्ये वापरून, $x-14+x=4 \Rightarrow 2x=18 \Rightarrow x=9$

पायरी 3: पायरी 2 मध्ये सांगितल्याप्रमाणे 'y' किंवा 'x' च्या किंमती, पायरी 1 मध्ये वापरून, समीकरणामध्ये सुचीत करून, दुसऱ्या समीकरणाची किंमत मिळविली जाते. $X=9$ ही किंमत समीकरण (1) मध्ये वापरली.

$X+y=14 \Rightarrow 9+y=14 \Rightarrow y=14-9=5$

खालील रेखीय समीकरणांची जोडी वरील पर्याय पध्दतीनुसार सोडवा.

$2x+3y=11$ आणि $2x-4y=24$

$3x-y=3$ आणि $9x-3y=9$

$x+2y=4$ आणि $2x+4y=12$

$2x+3y=9$ आणि $4x+6y=18$

$S-7t=4$ आणि $S-3t=6$

$2x+3y=13$ आणि $4x+5y=23$

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी बैजीक पध्दतीने सोडविणे :

समीकरणाच्या जोडीमधील कोणत्याही एका चलपदाचे सहगुणक समान करून अथवा काढून टाकणे, एका चलपदाचा लोप करून

एका चलपदाची किंमत एका रेखीय समीकरणामध्ये वापरून दुसऱ्या समीकरणामध्ये वापरल्यामुळे दुसऱ्या चलपदाची किंमत मिळते.

उदाहरण: $x+y=5$ आणि $2x-3y=4$

पायरी 1: $x+y=5-1$ आणि $2x-3y=4-2$

समीकरण 1 ला 2 ने गुणून रू चे सहगुणक समान करू

म्हणजेच $2x+2y=10-3$ आणि $2x-3y=4-2$

पायरी 2 : समीकरण 3 हे समीकरण 2 मधून वजा केले असता $-5y=6$, $5y=6$, $y=6/5$ मिळते.

पायरी 3 : y ची किंमत समीकरण 1 मध्ये वापरली असता.

$X+y=5$, $x+6/5=5$: $x=19/5$

खालील रेखीय समीकरणांच्या जोडीचे वरील प्रमाणे चर्चेनुसार उकल शोधा.

$2x+3y=8$ आणि $4x+6y=7$

$x+y=6$ आणि $y-x=2$

$x+y=5$ आणि $2x-5y=4$

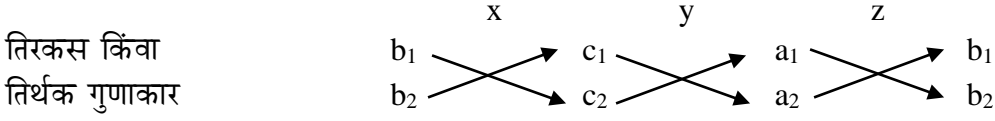
$3x+4y=10$ आणि $2x-2y=2$

$3x-5y=4$ आणि $9x-2y=7$

$3x+4y=6$ आणि $3x-y=9$

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांच्या जोडींचे बैजिक पध्दतीने उकल शोधणे.



दोन संख्यांमध्ये असलेल्या बाणाच्या चिन्हानुसार दोन संख्यांचा गुणाकार करा आणि दुसरा गुणाकार पहिल्या गुणाकारामधून वजा करा. याला तिरकस किंवा तिर्थक गुणाकार पध्दत म्हणतात.

उदाहरण : $2x + 3y = 46$ आणि $3x + 5y = 74$

पायरी 1 : दिलेले समीकरण $a_1x_1 + b_1y + c_1 = 0$ आणि $a_2x_2 + b_2y + c_2 = 0$ या स्वरूपात मांडणी करा. म्हणजेच $2x + 3y = 46$ आणि $3x + 5y = 74$

पायरी 2: वरील चित्राच्या सहाय्याने समीकरणे.

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{b_2a_1 - b_1a_2}$$

$$\frac{x}{-222 + 230} = \frac{y}{-138 + 148} = \frac{1}{10 - 9} = \frac{x}{8} = \frac{y}{10} = \frac{1}{1}$$

पायरी 3: $a_1b_1 - a_2b_1 \neq 0$ असताना x आणि y च्या किंमती शोधा. $\therefore x = 8$ आणि $y = 10$

खालील रेखीय समीकरणांच्या जोडीमध्ये वरील माहितीनुसार तिरकस किंवा तिर्थक गुणाकाराने शोधा.

$x - 3y - 3 = 0$ आणि $3x - 9y - 2 = 0$	$2x + y = 5$ आणि $3x + 2y = 8$
$3x - 5y = 20$ आणि $6x - 4y = 10$	$x - 3y - 7 = 0$ आणि $3x - 3y - 15 = 0$

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांची जोडी

दोन चलपदांच्या रेखीय समीकरणांच्या जोडीचे संक्षिप्त रूपांत मांडणी करणे.

रेखीय समीकरण रूपात नसलेल्या समीकरणांना संक्षिप्त रूपात मांडणी करून नंतर आलेख किंवा वरीलपैकी कोणत्याही एका पध्दतीनुसार समीकरणाची उकले शोधणे.

उदाहरण :- $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y} = 2$ आणि $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} =$

आणि

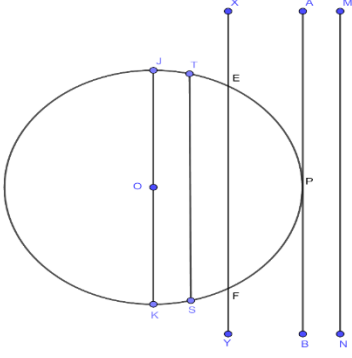
समीकरण 1 ला 2 ने आणि समीकरण 2 ला 3 ने गुणले आणि लोप पध्दतीने सरळरूप देवून $m=2$ आणि $n=3$

आता $\frac{1}{x} = 2$ आणि $\frac{1}{y} = 3$ किंवा $x = \frac{1}{2}$ आणि $y = \frac{1}{3}$

खालील समीकरणाचे रेषीय समीकरणाच्या जोडीमध्ये संक्षिप्तरूप देवून सोडवा.

$\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{y}} = 2 \text{ आणि } \frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = 1$	$\frac{4}{x} + 3y = 14 \text{ आणि } \frac{3}{x} - 4y = 23$
$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \text{ आणि } \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$	$\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4 \text{ आणि } \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = 2$

वर्तुळ आणि सरळरेषा



वर्तुळ – एका ठराविक बिंदूपासून समान अंतरावर असणाऱ्या एका प्रतलातील सर्व बिंदू म्हणजेच वर्तुळ.

त्रिज्या – वर्तुळमध्य आणि परिघावरील एक बिंदू सरळ रेषेने जोडले असता त्याला त्रिज्या म्हणतात.

ज्या – परिघावरील कोणतेही दोन बिंदू सरळ रेषेने जोडल्यास त्याला ज्या किंवा जीवा असे म्हणतात. TS आणि JK या ज्या किंवा जीवा आहेत.

व्यास – वर्तुळ मध्यातून परिघावरील कोणतेही दोन बिंदू जोडले असता तयार होणाऱ्या सरळरेषेला ज्या असे म्हणतात. JK हा व्यास आहे.

स्पर्शिका – वर्तुळाच्या परिघाला एकाच बिंदूत स्पर्श करणाऱ्या सरळ रेषेला स्पर्शिका म्हणतात. AB ही स्पर्शिका आणि p हा स्पर्श बिंदू आहे.

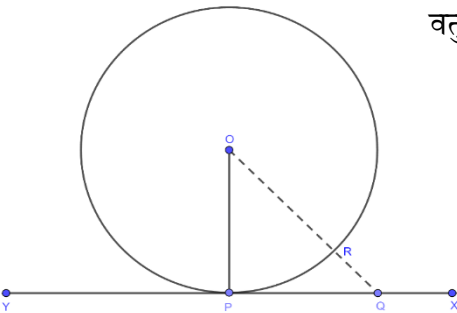
छेदिका – वर्तुळाच्या परिघाला दोन वेगवेगळ्या बिंदूत छेदणाऱ्या सरळरेषेला छेदिका असे म्हणतात.

खालील प्रमाणे दिलेल्या रिकाम्या जागा योग्य उत्तराने भरा.

- 1) वर्तुळमध्ये _____ बिंदूची संख्या.
- 2) वर्तुळाच्या आतील बिंदूतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिकांची संख्या _____
- 3) वर्तुळावरील एका बिंदूतून काढता येणाऱ्या स्पर्शिकांची संख्या _____
- 4) एका व्यासाच्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला _____ समांतर होणाऱ्या स्पर्शिका
- 5) वर्तुळ आणि त्याच्या स्पर्शिकेच्या समाईक बिंदूला _____ म्हणतात.

वर्तुळ

प्रमेय – 01 (स्पर्शिकेवरील प्रमेय)



वर्तुळावरील कोणत्याही स्पर्श बिंदूतून काढलेली त्रिज्या स्पर्शिकेला लंब असते.

गृहीत :

साध्य : $OP \perp XY$

रचना : xy रेषेवर 'Q' बिंदू घेऊन OQ सांधले ते वर्तुळाला 'R' बिंदूत छेदते.

सिध्दता:

आता $OQ > OR$ ()

$OP = OR$ ()

नंतर $OQ > OP$

तसेच XY रेषेवरील 'O' बिंदूतून काढलेली _____ ही सर्वात लहान रेषा होईल.

$\therefore OP \perp XY$

टिप :-

वर्तुळाला परिघावरील एका बिंदूतून एक आणि एकच स्पर्शिका काढता येते.
एकाच वर्तुळातील त्रिज्या आणि स्पर्शिका एकमेकाला लंब असतात.

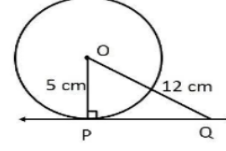
वर्तुळ

5 सें.मी.त्रिज्येच्या वर्तुळात 'p' बिंदूतून काढलेली स्पर्शिका ठड असून 'Q' वर्तुळमध्यातून 'Q' बिंदूपर्यंत सांधली असता $OQ=12$ से.मी. असेल तर PQ ची लांबी काढा.

$$OQ^2 = PQ^2 + OP^2$$

$$OP^2 = 144 - 25 = 119$$

$$OP = \sqrt{119} \text{ cm}$$



प्रमेय 02 (बाह्यबिंदूचा प्रमेय)

वर्तुळाच्या बाह्यबिंदूतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका समान असतात.

गृहीत :

साध्य: $PB=BQ$

रचना:

सिध्दता : $\triangle APB$ आणि $\triangle AQB$ मध्ये

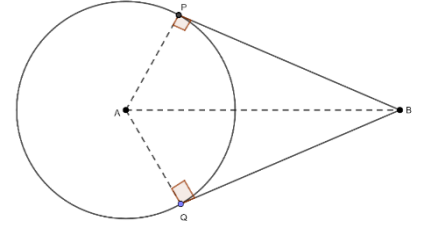
$$\angle APB = \angle AQB = 90^\circ \quad ()$$

$$AB=AB \quad ()$$

$$AP=AQ \quad ()$$

$$\triangle APB \cong \triangle AQB \quad ()$$

$$BP=BQ \quad ()$$



सारांश:

- वर्तुळाच्या आतील बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढता येत नाही.
- वर्तुळाच्या परिघावरील एका बिंदूतून फक्त एकच स्पर्शिका काढता येते.
- वर्तुळाच्या बाह्यबिंदूतून वर्तुळाला दोन स्पर्शिका काढता येतात.

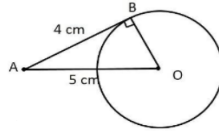
वर्तुळमध्यापासून 5cm अंतरावर A हा बिंदू आहे. त्याच्या स्पर्शिकेची लांबी 4cm आहे तर वर्तुळाची त्रिज्या शोधा.

पायथॅगोरसच्या प्रमेयानुसार

$$OA^2 = AB^2 + OB^2$$

$$OB^2 = 25 - 16 = 9$$

$$OB = 3 \text{ cm}$$



वर्तुळ

योग्य उत्तराची निवड करा आणि उत्तराचे समर्थन करा.

कृ
ती
12

- 1) Q या बिंदूतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिकेची लांबी 24 cm आणि Q बिंदूपासून वर्तुळमध्यापर्यंतचे अंतर 25cm आहे. तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या -----
a) 7cm b) 12cm c) 15cm d) 24.5 cm
- 2) आकृतीमध्ये 'o' मध्य असणाऱ्या वर्तुळाच्या TP आणि TQ या स्पर्शिका आहेत आणि $\angle POQ = 110^\circ$ आहे तर $\angle PTQ =$ -----
a) 60° b) 70° c) 80° d) 90°

- 3) O मध्य असलेल्या वर्तुळाला काढलेल्या PA आणि PB या स्पर्शिकेमधील कोन 80° आहे तर $\angle POA$ चे माप काढा.
a) 50° b) 60° c) 70° d) 80°
- 4) 7cm त्रिज्येच्या वर्तुळाचा वर्तुळमध्य 'o' आहे. वर्तुळाला 'p' बिंदूतून काढलेली स्पर्शिका PQ आहे. ती 'o' वर्तुळमध्यातून काढलेल्या रेषेला Q बिंदूत छेदते. जर $OQ = 25\text{cm}$ आहे तर PQ ची लांबी काढा.
a) 22cm b) 23cm c) 24cm d) 25 cm
- 5) 6cm त्रिज्येच्या वर्तुळाला 'p' बिंदूतून काढलेली स्पर्शिका PQ आहे. ही वर्तुळ केंद्रापासून काढलेल्या सरळ रेषेला Q बिंदूत छेदते. $OQ = 10\text{cm}$ असेल तर PQ ची लांबी काढा.
a) 9cm b) 8cm c) 7cm d) 6 cm